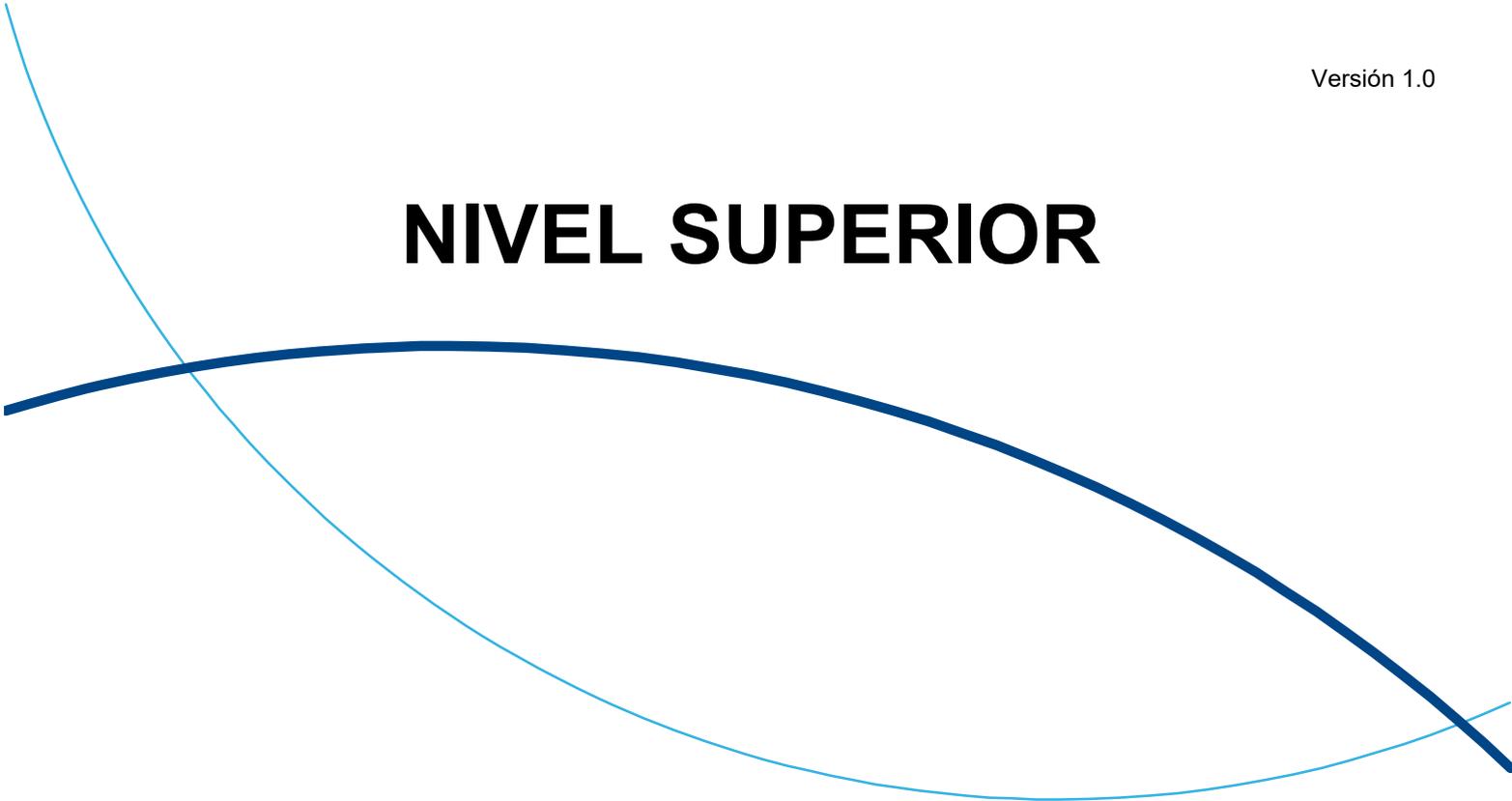


Cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación NS

Para ser utilizado durante la enseñanza de la asignatura y en los exámenes
Primeros exámenes: 2021

Versión 1.0

NIVEL SUPERIOR



Índice

Tema 1: Aritmética y álgebra – NS	2
Tema 2: Funciones – NS	3
Tema 3: Geometría y trigonometría – NS	4
Tema 4: Estadística y probabilidad – NS	8
Tema 5: Análisis – NS	10

Tema 1: Aritmética y álgebra – NS

1.2	El n -ésimo término de una progresión aritmética La suma de los n primeros términos de una progresión aritmética	$u_n = u_1 + (n-1)d$ $S_n = \frac{n}{2}(2u_1 + (n-1)d)$; $S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$
1.3	El n -ésimo término de una progresión geométrica La suma de los n primeros términos de una progresión geométrica	$u_n = u_1 r^{n-1}$ $S_n = \frac{u_1(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{u_1(1 - r^n)}{1 - r}$, $r \neq 1$
1.11	Suma de los infinitos términos de una progresión geométrica	$S_\infty = \frac{u_1}{1 - r}$, $ r < 1$
1.4	Interés compuesto	$FV = PV \times \left(1 + \frac{r}{100k}\right)^{kn}$, donde FV es el valor futuro, PV es el valor presente (actual), n es el número de años, k es el número de períodos de composición del interés que hay en un año, $r\%$ es el tipo de interés nominal anual
1.5	Potencias y logaritmos	$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$, donde $a > 0, b > 0, a \neq 1$
1.9	Propiedades de los logaritmos	$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ $\log_a x^m = m \log_a x$ for $a, x, y > 0$
1.6	Porcentaje de error	$\mathcal{E} = \left \frac{v_A - v_E}{v_E} \right \times 100\%$, donde v_E es el valor exacto y v_A es el valor aproximado de v
1.12	Números complejos Discriminante	$z = a + bi$ $\Delta = b^2 - 4ac$
1.13	Forma módulo-argumental (polar) y forma exponencial (de Euler)	$z = r(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta) = r e^{i\theta} = r \operatorname{cis} \theta$

1.14	Determinante de una matriz 2×2	$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow \det A = A = ad - bc$
	Inversa de una matriz 2×2	$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}, ad \neq bc$
1.15	Fórmula de la potencia de una matriz	$M^n = PD^nP^{-1}$, donde P es la matriz de vectores propios y D es la matriz diagonal de valores propios

Tema 2: Funciones – NS

Conocimientos previos – NS

Soluciones de una ecuación cuadrática	Las soluciones de $ax^2 + bx + c = 0$ son $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a \neq 0$
---------------------------------------	--

2.1	Ecuaciones de la recta	$y = mx + c; ax + by + d = 0; y - y_1 = m(x - x_1)$
	Fórmula de la pendiente	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
2.5	Eje de simetría del gráfico de una función cuadrática	$f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow$ el eje de simetría es $x = -\frac{b}{2a}$
2.9	Función logística	$f(x) = \frac{L}{1 + Ce^{-kx}}, L, k, C > 0$

Tema 3: Geometría y trigonometría – NS

Conocimientos previos – NS

Área de un paralelogramo	$A = bh$, donde b es la base y h es la altura
Área de un triángulo	$A = \frac{1}{2}(bh)$, donde b es la base y h es la altura
Área de un trapecio	$A = \frac{1}{2}(a + b)h$, donde a y b son los lados paralelos y h es la altura
Área de un círculo	$A = \pi r^2$, donde r es el radio
Circunferencia (perímetro) de un círculo	$C = 2\pi r$, donde r es el radio
Volumen de un ortoedro	$V = lwh$, donde l es la longitud, w es el ancho y h es la altura
Volumen de un cilindro	$V = \pi r^2 h$, donde r es el radio y h es la altura
Volumen de un prisma	$V = Ah$, donde A es el área de la sección transversal y h es la altura
Área de la superficie lateral de un cilindro	$A = 2\pi rh$, donde r es el radio, h es la altura
Distancia que hay entre dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2)	$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
Coordenadas del punto medio de un segmento de recta cuyos extremos son (x_1, y_1) y (x_2, y_2)	$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$

3.1	Distancia que hay entre dos puntos (x_1, y_1, z_1) y (x_2, y_2, z_2)	$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$
	Coordenadas del punto medio de un segmento de recta cuyos extremos son (x_1, y_1, z_1) y (x_2, y_2, z_2)	$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2} \right)$

	Volumen de una pirámide recta	$V = \frac{1}{3} Ah$, donde A es el área de la base y h es la altura
	Volumen de un cono recto	$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$, donde r es el radio y h es la altura
	Área de la superficie lateral de un cono	$A = \pi r l$, donde r es el radio y l es la generatriz
	Volumen de una esfera	$V = \frac{4}{3} \pi r^3$, donde r es el radio
	Área de la superficie de una esfera	$A = 4\pi r^2$, donde r es el radio
3.2	Teorema del seno	$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C}$
	Teorema del coseno	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$; $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$
	Área de un triángulo	$A = \frac{1}{2} ab \text{sen } C$
3.4	Longitud de un arco	$l = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$, donde θ es el ángulo en grados y r es el radio
	Área de un sector circular	$A = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$, donde θ es el ángulo en grados y r es el radio
3.7	Longitud de un arco	$l = r\theta$, donde r es el radio, θ es el ángulo en radianes
	Área de un sector circular	$A = \frac{1}{2} r^2 \theta$, donde r es el radio, θ es el ángulo en radianes
3.8	Relaciones trigonométricas	$\cos^2 \theta + \text{sen}^2 \theta = 1$ $\tan \theta = \frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta}$

<p>3.9</p>	<p>Matrices de transformación</p>	<p>$\begin{pmatrix} \cos 2\theta & \text{sen } 2\theta \\ \text{sen } 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix}$, simetría respecto a la recta $y = (\tan \theta)x$</p> <p>$\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, estiramiento horizontal / estiramiento paralelo al eje x con factor de escala k</p> <p>$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$, estiramiento vertical / estiramiento paralelo al eje y con factor de escala k</p> <p>$\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$, homotecia, con factor de escala k y centro en $(0, 0)$</p> <p>$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\text{sen } \theta \\ \text{sen } \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$, rotación en sentido contrario a las agujas del reloj de ángulo θ alrededor del origen ($\theta > 0$)</p> <p>$\begin{pmatrix} \cos \theta & \text{sen } \theta \\ -\text{sen } \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$, rotación en sentido de las agujas del reloj de ángulo θ alrededor del origen ($\theta > 0$)</p>
<p>3.10</p>	<p>Módulo de un vector</p>	<p>$\mathbf{v} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$, donde $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$</p>
<p>3.11</p>	<p>Ecuación vectorial de una recta</p> <p>Forma paramétrica de la ecuación de la recta</p>	<p>$\mathbf{r} = \mathbf{a} + \lambda \mathbf{b}$</p> <p>$x = x_0 + \lambda l, y = y_0 + \lambda m, z = z_0 + \lambda n$</p>

3.13

Producto escalar

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{w} = v_1 w_1 + v_2 w_2 + v_3 w_3, \text{ donde } \mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}, \mathbf{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{w} = |\mathbf{v}| |\mathbf{w}| \cos \theta, \text{ donde } \theta \text{ es el ángulo que forman } \mathbf{v} \text{ y } \mathbf{w}$$

Ángulo que forman dos vectores

$$\cos \theta = \frac{v_1 w_1 + v_2 w_2 + v_3 w_3}{|\mathbf{v}| |\mathbf{w}|}$$

Producto vectorial

$$\mathbf{v} \times \mathbf{w} = \begin{pmatrix} v_2 w_3 - v_3 w_2 \\ v_3 w_1 - v_1 w_3 \\ v_1 w_2 - v_2 w_1 \end{pmatrix}, \text{ donde } \mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}, \mathbf{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$$

$$|\mathbf{v} \times \mathbf{w}| = |\mathbf{v}| |\mathbf{w}| \sin \theta, \text{ donde } \theta \text{ es el ángulo que forman } \mathbf{v} \text{ y } \mathbf{w}$$

Área de un paralelogramo

$$A = |\mathbf{v} \times \mathbf{w}| \text{ donde } \mathbf{v} \text{ y } \mathbf{w} \text{ constituyen dos lados adyacentes del paralelogramo}$$

Tema 4: Estadística y probabilidad – NS

4.2	Rango intercuartil	$RIC = Q_3 - Q_1$
4.3	Media (\bar{x}) de un conjunto de datos	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{n}$, donde $n = \sum_{i=1}^k f_i$
4.5	Probabilidad de un suceso A	$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$
	Sucesos complementarios	$P(A) + P(A') = 1$
4.6	Sucesos compuestos	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
	Sucesos incompatibles (mutuamente excluyentes)	$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
	Probabilidad condicionada	$P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
	Sucesos independientes	$P(A \cap B) = P(A) P(B)$
4.7	Valor esperado de una variable aleatoria discreta X	$E(X) = \sum_{i=1}^k x_i P(X = x_i)$
4.8	Distribución binomial $X \sim B(n, p)$	
	Media	$E(X) = np$
	Varianza	$\text{Var}(X) = np(1-p)$

<p>4.14</p>	<p>Transformación lineal de una variable aleatoria unidimensional</p> <p>Combinaciones lineales de n variables aleatorias independientes X_1, X_2, \dots, X_n</p> <p>Estadísticos muestrales</p> <p>Estimación sin sesgo de la varianza de la población s_{n-1}^2</p>	<p>$E(aX + b) = aE(X) + b$</p> <p>$\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X)$</p> <p>$E(a_1X_1 \pm a_2X_2 \pm \dots \pm a_nX_n) = a_1E(X_1) \pm a_2E(X_2) \pm \dots \pm a_nE(X_n)$</p> <p>$\text{Var}(a_1X_1 \pm a_2X_2 \pm \dots \pm a_nX_n)$ $= a_1^2 \text{Var}(X_1) + a_2^2 \text{Var}(X_2) + \dots + a_n^2 \text{Var}(X_n)$</p> <p>$s_{n-1}^2 = \frac{n}{n-1} s_n^2$</p>
<p>4.17</p>	<p>Distribución de Poisson $X \sim \text{Po}(m)$</p> <p>Media</p> <p>Varianza</p>	<p>$E(X) = m$</p> <p>$\text{Var}(X) = m$</p>
<p>4.19</p>	<p>Matrices de transición</p>	<p>$T^n s_0 = s_n$, donde s_0 es el estado inicial</p>

Tema 5: Análisis – NS

5.3	Derivada de x^n	$f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$
5.9	Derivada de $\text{sen } x$	$f(x) = \text{sen } x \Rightarrow f'(x) = \cos x$
	Derivada de $\text{cos } x$	$f(x) = \text{cos } x \Rightarrow f'(x) = -\text{sen } x$
	Derivada de $\text{tan } x$	$f(x) = \text{tan } x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
	Derivada de e^x	$f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$
	Derivada de $\ln x$	$f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$
	Regla de la cadena	$y = g(u)$, donde $u = f(x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$
	Regla del producto	$y = uv \Rightarrow \frac{dy}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$
Regla del cociente	$y = \frac{u}{v} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$	
5.5	Integral de x^n	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$
5.8	Regla del trapecio	$\int_a^b y dx \approx \frac{1}{2} h ((y_0 + y_n) + 2(y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1})),$ <p>donde $h = \frac{b-a}{n}$</p>

5.11	Integrales inmediatas	$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$ $\int \text{sen } x dx = -\cos x + C$ $\int \cos x dx = \text{sen } x + C$ $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$ $\int e^x dx = e^x + C$
5.12	<p>Área de la región que está delimitada por una curva y por el eje x o el eje y</p> <p>Volumen de revolución alrededor del eje x o del eje y</p>	$A = \int_a^b y dx \text{ o } A = \int_a^b x dy$ $V = \int_a^b \pi y^2 dx \text{ o } V = \int_a^b \pi x^2 dy$
5.13	<p>Aceleración</p> <p>Distancia recorrida entre t_1 y t_2</p> <p>Desplazamiento entre t_1 y t_2</p>	$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = v \frac{dv}{ds}$ $\text{distancia} = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$ $\text{desplazamiento} = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$
5.16	<p>Método de Euler</p> <p>Método de Euler para sistemas acoplados</p>	$y_{n+1} = y_n + h \times f(x_n, y_n); \quad x_{n+1} = x_n + h, \text{ donde } h \text{ es una constante (denominada 'paso')}$ $x_{n+1} = x_n + h \times f_1(x_n, y_n, t_n)$ $y_{n+1} = y_n + h \times f_2(x_n, y_n, t_n)$ $t_{n+1} = t_n + h$ <p>donde h es una constante (denominada 'paso')</p>
5.17	Solución exacta de un sistema de ecuaciones diferenciales lineales acopladas	$\mathbf{x} = A e^{\lambda_1 t} \mathbf{p}_1 + B e^{\lambda_2 t} \mathbf{p}_2$